



Cycle(s)	1	2	3	4
	PS MS GS CP CE1 CE2 CM1 CM2 6 ^e 5 ^e 4 ^e 3 ^e			
Exploitation des évaluations nationales de 4 ^e Accompagnement personnalisé en mathématiques - Fiche professeur				

Nombres et calculs

Compréhension du nombre

Choix du sous thème : compréhension du nombre

La connaissance des diverses représentations du nombre (décimal, fraction) et le passage de l'une à l'autre contribuent à sa compréhension et constituent un levier pour exercer l'intelligence du calcul, en ce sens que cela participe à :

- développer une « expertise adaptative » plutôt qu'une « expertise de routine » à l'origine notamment de difficultés procédurales¹ ;
- réaliser/établir/privilégier des choix indiqués/opportuns de représentations selon l'usage qu'on veut en faire (propriétés à mettre en évidence, outils de traitement qu'on utilise).

L'utilisation de ces représentations d'un même nombre, et particulièrement lorsqu'est en jeu le passage de l'une à une autre, sont sources de nombreuses erreurs par exemple lorsqu'il s'agit de comparer des nombres, placer des nombres sur une droite, ou encore réaliser des opérations.

Ces représentations et leurs liens entre elles sont en outre utiles pour réaliser des conversions d'unité, et interviennent régulièrement dans des résolutions de problèmes relevant des grandeurs.

Dans les programmes

Cinquième

Le travail mené au cycle 3 sur l'enchaînement des opérations, les comparaisons et le repérage sur une droite graduée de nombres décimaux positifs est poursuivi. *Le traitement de données statistiques se prête à des calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes.*

Quatrième

Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal. Les puissances de 10 sont d'abord introduites avec des exposants positifs, puis négatifs, afin de définir les préfixes de nano à giga et la notation scientifique.

Troisième

Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes. Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur (Il sait qu'une augmentation de 5 % se traduit par une multiplication par 1,05. Il sait qu'une diminution de 20 % se traduit par une multiplication par 0,8).

1. Page 43, « De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique » — CSEN, juin 2022

Items libérés concernés et analyse des distracteurs :

L'analyse des distracteurs, faite en collaboration avec la DEPP, donne des indications sur les réponses erronées sans présupposer de la démarche réelle de l'élève.

ITEM 1 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

$$14 + \frac{6}{10} + \frac{2}{1000} = \dots$$

- ☒ 14,602
 ☐ 14,62
 ☐ 140,62
 ☐ 1462

Réponse 14,62.

L'élève a repéré que la partie entière est 14 et que la partie décimale contient les chiffres 6 et 2. Il en conclut que la partie décimale ne contient pas d'autre chiffre.

Réponse 140,62.

L'élève a repéré que la partie décimale contient les chiffres 6 et 2 et qu'un zéro doit être placé dans l'écriture décimale, étant donné qu'il n'y a pas de centième. L'élève associe 14 au nombre de dizaines (car 2 chiffres dans l'écriture de 14) et rajoute 0 pour le chiffre des unités.

Réponse 1 462.

L'élève ne tient pas compte de la partie décimale, mais uniquement des chiffres constituant le nombre.

ITEM 2 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Compléter par le nombre qui convient : 43 milliers = ... dizaines

- ☐ 43
 ☐ 4,3
 ☐ 430
 ☒ 4300

Réponse 43.

L'élève ne maîtrise pas le vocabulaire sur le rang d'un chiffre dans un nombre.

Réponse 4,3.

L'élève confond dizaine et dizaine de milliers.

0,3 s'écrit aussi ...

- ☐ $\frac{1}{3}$
 ☒ $\frac{3}{10}$
 ☐ $\frac{3}{100}$
 ☐ $\frac{0}{3}$

Réponse 430.

L'élève a remarqué qu'il y a plus de dizaines que de milliers. Comme il y a 100 dizaines dans un millier, il garde la réponse qui a trois chiffres.

ITEM 3 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)Réponse $\frac{1}{3}$.

L'élève a remarqué que $0,3 < 1$ et choisit la seule fraction de numérateur 1, lui apportant la certitude qu'elle représente un nombre inférieur à 1.

Réponse $\frac{3}{100}$.

L'élève se souvient qu'il y a un lien entre centième et « deux chiffres » mais ne maîtrise pas les rangs dans l'écriture décimale.

Réponse $\frac{0}{3}$.

L'élève ne fait pas la différence entre le trait de fraction et la virgule. Le lien entre nombre décimal et fraction décimale n'est pas maîtrisé.

ITEM 4 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Quel encadrement de $\frac{56}{10}$ par deux nombres entiers est correct ?

☐ $4 < \frac{56}{10} < 5$ ☐ $55 < \frac{56}{10} < 56$ ☐ $0 < \frac{56}{10} < 1$ ☒ $5 < \frac{56}{10} < 6$

Réponse $4 < \frac{56}{10} < 5$.

L'élève a remarqué que $4 < \frac{56}{10}$ mais ne tient pas compte de la 2^{ème} inégalité.

Réponse $55 < \frac{56}{10} < 56$.

L'élève tient compte uniquement du numérateur de la fraction et ignore le dénominateur. La notion de fraction décimale n'est pas maîtrisée.

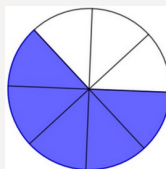
Réponse $0 < \frac{56}{10} < 1$.

L'élève pense qu'une fraction est un nombre inférieur à 1. Il ne tient pas compte des valeurs du numérateur et du dénominateur.

ITEM 5 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Quelle fraction de la surface est coloriée ?

☒ $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{5}{3}$

Réponse $\frac{3}{8}$.

L'élève procède par complément.

Réponses $\frac{3}{5}$.

L'élève associe le tout au nombre de parts coloriées.

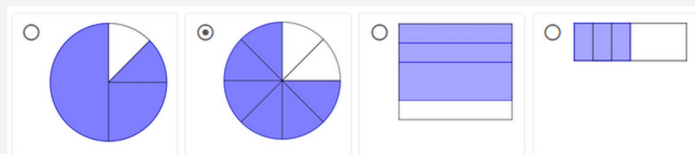
Réponses $\frac{5}{3}$.

L'élève associe le tout au nombre de parts non coloriées

ITEM 6 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Dans quelle figure a-t-on colorié $\frac{3}{4}$ de la surface ?

Cocher la bonne réponse.

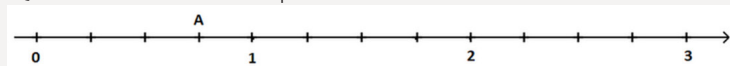


Réponses 1, 3 et 4.

L'élève choisit une représentation sur laquelle apparaît 3 parts coloriées sur un total de 4.

ITEM 7 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Quelle est l'abscisse du point A ?



- ☐ 0,3
 ☒ $\frac{3}{4}$
 ☐ $\frac{4}{3}$
 ☐ 3

Réponse 0,3.

L'élève a repéré que le point A est situé à la troisième graduation après 0 et a procédé comme s'il s'agissait d'une règle graduée.

Réponse $\frac{4}{3}$.

L'élève a inversé, lors de l'écriture de l'abscisse, les nombres 3 et 4.

Réponse 3.

L'élève a repéré que le point A est situé à la troisième graduation après 0, il répond 3, sans référence à une fraction ni à un nombre décimal, bien que le point A soit situé avant 1.

Analyse des erreurs et des difficultés liées à la compréhension du nombre:

	Fractions	Nombres décimaux
	Essentiellement fondées sur une conception de ces nombres qui repose sur la juxtaposition de deux entiers séparés par une marque (la barre de fraction ou la virgule).	
Erreurs	• Erreur d'identification de l'unité, la partie et le tout dans le partage d'une grandeur ; • 6/8 vu comme le double de 3/4 ; • 3/4 et 4/3 vues comme des fractions égales ; • Association des fractions à la seule configuration de partage d'un disque	✓ Erreur dans la correspondance entre les différentes unités du système de numération ; ✓ Erreur de transcodage dans le passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et inversement ; ✓ Association des nombres décimaux à la seule droite numérique ;
Remédiation	Passage de la fraction – mesure au quotient pour affermir le statut de nombre en dépassant l'approche fondée sur la partie rapportée au tout ² : • Identification du tout (cas d'un tout notamment composé de plusieurs unités) • Travail sur la droite graduée ; • Quotient.	Passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale : ✓ Travail sur la droite graduée ; ✓ Correspondance entre les différentes écritures ; ✓ Comparaison ; ✓ Encadrement ;

Choix des programmes et conséquences sur les apprentissages:

- Fractions :
La construction des fractions au cycle 2 et 3 est établie à partir de l'interprétation de la partie rapportée au tout (fraction - partage) d'abord dans des cas simples, avant d'installer le statut de nombre à l'aide de la droite. Cette première interprétation des fractions présente le risque d'entretenir une représentation définissant la fraction à partir de deux entiers accolés et séparés par une barre, et qu'il convient de prolonger par d'autres approches.
- Nombres décimaux :
La construction des nombres décimaux au cycle 3 s'établit dans le prolongement de l'installation du système de numération décimal de position engagé au cycle 2 sur les nombres entiers, et qui repose sur :
 - le principe de position ;
 - le principe du rapport de dix entre les différentes unités.

Une conception de nombre décimal fondée sur la juxtaposition de deux entiers est nuisible à l'appropriation de ces principes et place l'élève en difficulté pour notamment représenter un nombre décimal avec son écriture décimale, relier cette représentation à d'autres (fractions, pourcentages), l'utiliser pour comparer des nombres décimaux, réaliser des conversions d'unité, et résoudre des problèmes dans le domaine des grandeurs.

L'approche du nombre décimal préconisée dans les programmes est celle qui consiste à le considérer comme un codage d'une fraction décimale, l'écriture à virgule étant installée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale. Ceci implique que les fractions soient suffisamment maîtrisées pour que les nombres décimaux le soient à leur tour : c'est le parti pris dans le plan de travail présenté ci-dessous.

2. Page 41, « De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique » — CSEN, juin 2022

Parcours d'activités pour mieux connaître les fractions et des nombres décimaux : consolider le statut de nombre

Objectif

Les activités proposées visent à lutter contre les représentations des fractions et des nombres décimaux reposant sur une juxtaposition de deux entiers et à consolider le statut de nombre accordé aux décimaux et aux fractions. Son contenu est pour cela constitué d'exercices qui mettent en synergie différentes représentations des fractions et des nombres décimaux et les liens qu'elles entretiennent entre elles, la droite graduée occupant pour cela une place centrale.

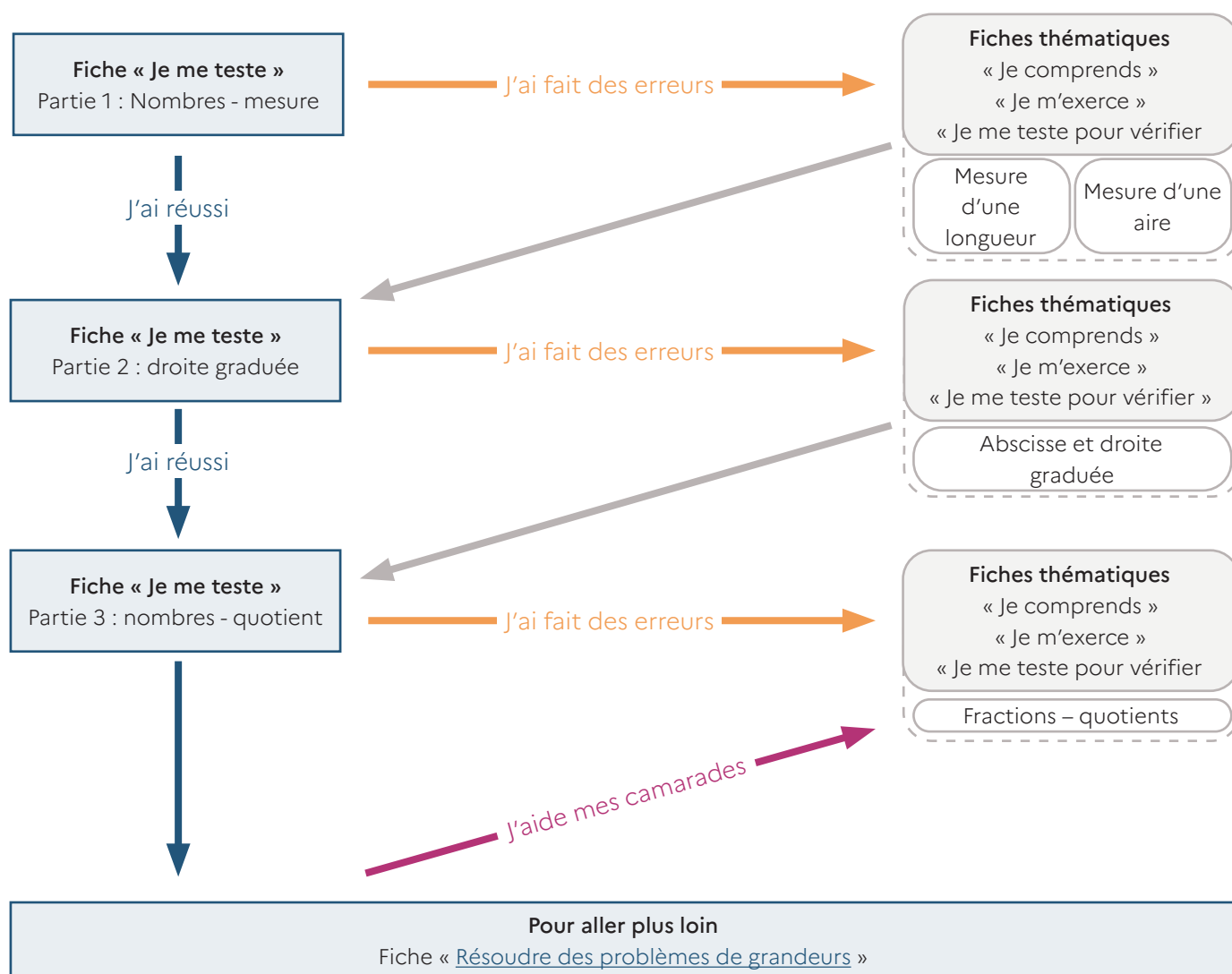
Présentation et mise en œuvre : parcours différencié à proposer lors de l'accompagnement personnalisé

Le parcours est constitué de plusieurs fiches de travail, précédé d'un test court en trois parties et qui vient prolonger les questions des évaluations nationales dans le domaine de la connaissance du nombre. Ce test, dont la description pour le professeur figure dans le document « Nombre_Je me teste - fiche professeur », est à soumettre aux élèves en introduction dans son intégralité. Selon les différents types d'erreurs identifiées, le plan renvoie aux fiches thématiques correspondantes à réaliser, chacune structurée en trois parties : « Je comprends », « Je m'exerce » et « Je me teste ».

L'ensemble du parcours, test y compris, a été conçu pour permettre sa réalisation par les élèves en autonomie sous la supervision du professeur, à l'exception de quelques tâches à réaliser à l'oral.

Exemple de mise en œuvre :

1. Les élèves résolvent à leur rythme les questions de la fiche « Je me teste » visant chacune un objectif particulier.
2. Ils s'autocorrigent et prennent connaissance du parcours qu'ils vont alors suivre, en fonction de leurs réussites et de leurs difficultés.
3. En fonction des réussites :
 - soit ils n'ont pas fait d'erreurs et passent aux questions de la fiche « Je me teste » du niveau suivant,
 - soit ils ont fait des erreurs, ils les identifient et passent aux fiches thématiques correspondantes qui par leurs trois parties « Je comprends », « Je m'exerce » et « Je me teste » permettent aux élèves de comprendre, consolider leurs connaissances.



Ressources

- « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 » (novembre 2016) <https://eduscol.education.fr/document/16510/download>
- « Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les fractions » (cycle 4, mars 2016) <https://eduscol.education.fr/document/17239/download>
- « DE LA MULTIPLICATION AUX FRACTIONS : RÉCONCILIER INTUITION ET SENS MATHÉMATIQUE » - Synthèse de la recherche et recommandations, CSEN – juin 2022

Pour aller plus loin

- Les fractions et les décimaux au cycle 3
- <https://www.apmep.fr/Groupe-de-travail-Fondamentaux-et-Automatismes>
- CONSTRUIRE LES NOUVEAUX NOMBRES au cycle 3 - Fractions et décimaux
- <https://www.reseau-canope.fr/notice/construire-les-nouveaux-nombres-au-cycle-3-fractions-et-decimaux.html>